الجزء الثاني

التمرين 08

1 – قانون التناقص الإشعاعي $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ ، حيث N_0 هو متوسط عدد الأنوية في بداية التفكك ، N هو متوسط عدد الأنوية في بعد المدة t من بداية التفكك .

2 – من أجل الحصول على عبارة ثابت الزمن نعوّض في عبارة التناقص N بـ $\frac{N_0}{2}$ وندخل اللوغاريتم النبيري على الطرفين ،

فنجد ثابت الزمن τ $\tau = \frac{t_{1/2}}{ln 2}$.

3 - لدينا كمية المادة في عينة (n) هي : $n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$ (1)

حيث N هو العدد المتوسط للأنوية ، N_A هو عدد أفوقادرو ، m هي كتلة العينة ، M الكتلة المولية للعنصر .

من العلاقة (1) نستخرج عدد الأنوية الابتدائي $N_0 = \frac{N_A}{M} m_0$ ، وبعد المدة t يكون هذا العدد $N = \frac{N_A}{M} m$

بتعويض N و N_0 بعبارتيهما في قانون التناقص نجد : $\frac{N_A}{M} m = \frac{N_A}{M} m_0 e^{-\lambda t}$ ومنه قانون التناقص بعبارة أخرى :

$$\boldsymbol{m = m_0\, e^{-\lambda t}}$$

الكتلة المتبقية من الفرانسيوم 223 : نحسب قيمة الثابت الإشعاعي λ ، $\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{22} = 3,1 \times 10^{-2}\, mn^{-1}$

$m = m_0\, e^{-\lambda t} = 1,0 \times 10^{-13} e^{-0.031 \times 60} = 1,5 \times 10^{-14}$ ، $m = 15\, fg$

4 - عدد الأنوية المتبقية : $N = \frac{N_A}{M} m = \frac{6,023 \times 10^{23} \times 1,5 \times 10^{-14}}{223} = 4 \times 10^7$

نشاط الكتلة المتبقية : $A = \lambda N = \frac{0,69}{22 \times 60} \times 4 \times 10^7 = 2,1 \times 10^4\, Bq$

التمرين 09

1 - $^{32}_{15}P \rightarrow\ ^{32}_{16}S +\ ^{0}_{-1}e$

2 - كتلة الفوسفور 32 في العينة هي : $m_0 = \frac{53}{100} \times 1 = 0,53\, g$ ، ثم بقسمة كتلة العينة على كتلة نواة واحدة من الفوسفور 32

نجد عدد الأنوية ، $N_0 = \frac{0,53}{5,356 \times 10^{-23}} = 9,9 \times 10^{21}$

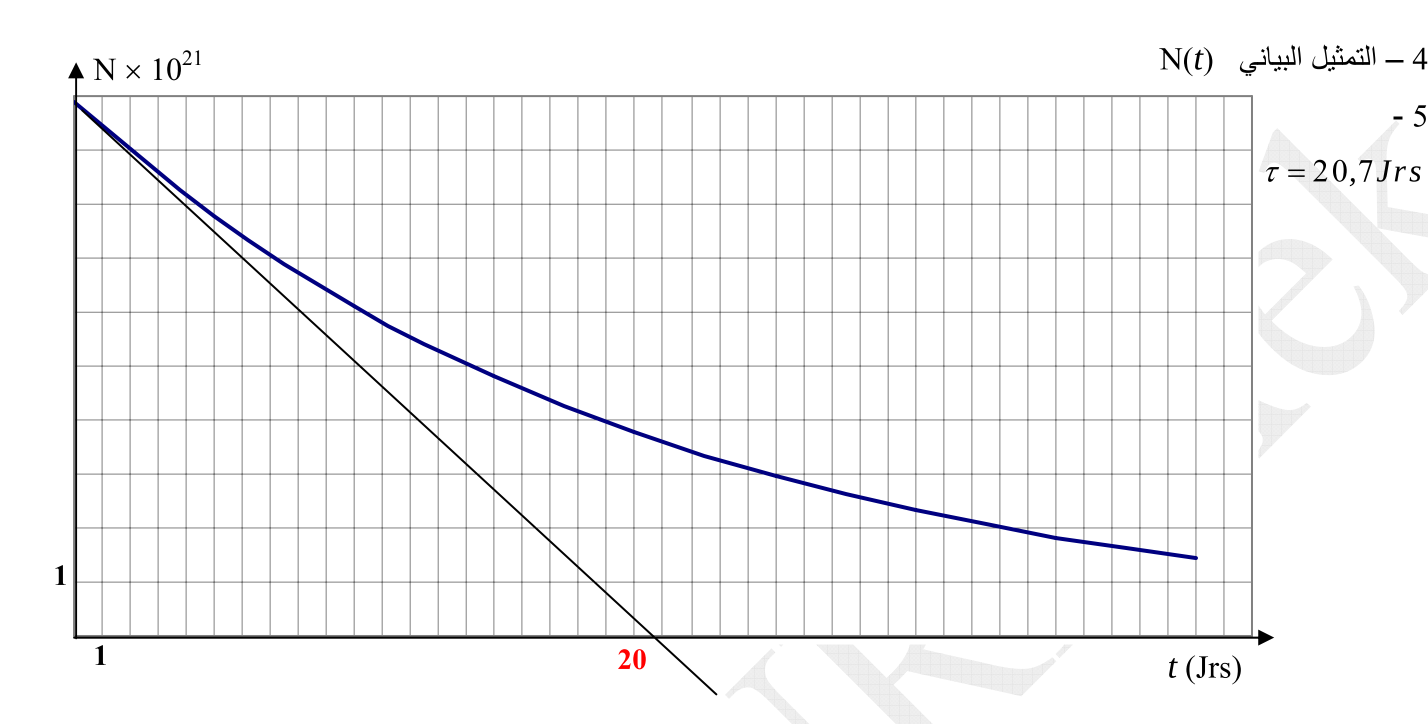
3 – باستعمال قانون التناقص نحسب العدد المتوسط للأنوية في كل لحظة :

t (j)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$N(t) \times 10^{21}$	9,9	7,77	6,11	4,80	3,77	2,96	2,33	1,83	1,43

4 – التمثيل البياني $N(t)$

5 -

$\tau = 20,7 Jrs$



التمرين 10

1 – معــادلة التفكك : $^{212}_{83}Bi \rightarrow \, ^{208}_{81}Ti + \, ^{4}_{2}He$

2 – ثابت النشاط الإشعـاعي : $\lambda = \dfrac{0,69}{t_{1/2}} = \dfrac{0,69}{60 \times 60} = 1,9 \times 10^{-4}\, s^{-1}$

3 – النشاط هو عدد التفككات في الثانية . المطلوب في هذا السؤال هو حساب النشاط علما أن عدد التفككات في المدة $\Delta t = 6$ s هو $1,88 \times 10^{17}$ تفكك . (مدة القياس صغيرة جدا أمام نصف عمر البيزموت)

النشاط هو $A = \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{1,88 \times 10^{17}}{6} = 3,1 \times 10^{16}\,Bq$

4 – العدد المتوسط للأنوية المشعّة في لحظة القيـاس هو $N = \dfrac{A}{\lambda} = \dfrac{3,1 \times 10^{16}}{1,92 \times 10^{-4}} = 1,61 \times 10^{20}$

5 – كتلة البيزموت الحاضرة في المنبع هي : $m = \dfrac{M.N}{N_A} = \dfrac{212 \times 1,61 \times 10^{20}}{6,023 \times 10^{23}} = 5,6 \times 10^{-2}\, g = 56\ mg$

6 – نتأكد أولا أن النشاط لا يتغير في المدة $\Delta t = 1mn$

لدينا في اللحظة t : $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ (1)

ويكون لدينا في اللحظة $(t + \Delta t)$: $A(t + \Delta t) = A_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)}$ (2)

بقسمة العلاقة (2) على (1) نكتب : $\dfrac{A(t+\Delta t)}{A(t)} = \dfrac{A_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)}}{A_0 e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda t} e^{\lambda t} e^{-\lambda \Delta t} = e^{-\lambda \Delta t} = e^{-1,9 \times 10^{-4} \times 60} = 0,988 \approx 1$

إذن يمكن اعتبار $A(t) = A(t + \Delta t)$ ، وبالتالي النشاط يبقى ثابتا خلال دقيقة واحدة .

نحسب عدد التفككات في خلال دقيقة والتي لم تغيّر النشاط بكيفية محسوسة ، $\Delta N = A\ .\ \Delta t = 3,1 \times 10^{16} \times 60 = 1,86 \times 10^{18}$

وهو متوسط عدد الأنوية المتفككة ، وهو نفس عدد أنوية الهيليوم الصادرة حسب معادلة التفكك .

كمية مادة الهيليوم الناتجة هي $n = \frac{N}{N_A} = \frac{1,86\times10^{18}}{6,023\times10^{23}} = 3,1\times10^{-6} mol$

حجم غاز الهيليوم في الشروط النظامية هو $V = n\, V_m = 3,1 \times 10^{-6} \times 22,4 = 6,9 \times 10^{-6}\ L$

7 - نعتبر في اللحظة t النشاط هو $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وفي اللحظة $(t + \Delta t)$ هو $A(t+\Delta t) = A_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)}$ ، ومنه

$\frac{A(t+\Delta t)}{A(t)} = e^{-\lambda\Delta t}$ ، وبالتالي : $A(t+\Delta t) = A(t)\, e^{-\lambda\Delta t}$.

$A(t) = 3,1 \times 10^{16}\ Bq$

Δt (s)	3600	24×3600	60×3600
A(Bq)	$1,55 \times 10^{16}$	$2,3 \times 10^{9}$	$4,7 \times 10^{-2}$

بعد 60 ساعة تصبح قيمة النشاط صغيرة جدا ، فإذا حسبنا العدد المتوسط للأنوية المشعة في هذه اللحظة نجد :

$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{4,7\times10^{-2}}{1,9\times10^{-4}} = 247$!! . نعتبر أن العينة اختفت ولم تصبح تشع .

التمرين 11

$^{226}_{88}Ra \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}Rn \xrightarrow{\alpha} {}^{218}_{84}Po$

1 - في اللحظة t تكون كتلة العينة $m(t) = m_0\, e^{-\lambda t}$ (1)

وفي اللحظة $(t + \Delta t)$ تكون كتلة العينة $m(t+\Delta t) = m_0\, e^{-\lambda(t+\Delta t)}$ (2)

ولدينا $m(t+\Delta t) = \frac{1}{10} m(t)$

بتقسيم العلاقة (2) على (1) نجد : $\frac{1}{10} = e^{-\lambda\Delta t}$ (3)

(الكتلة الباقية تمثل $\frac{1}{10}$ من الكتلة الابتدائية ، وكذلك متوسط الأنوية)

لدينا الثابت الإشعاعي $\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{3,825} = 0,18\ j^{-1}$ ، وبذلك نحسب المدة الزمنية بإدخال اللوغاريتم على طرفي العلاقة (3) ،

$ln\, 0,1 = -\lambda\, \Delta t$ ، ومنه $\Delta t = \frac{2,3}{\lambda} = \frac{2,3}{0,18} = 12,7\ jrs$.

2 - بتطبيق قانون الغازات المثالية : $P\,V = n\,R\,T$ ، ومنه : $n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^4 \times 2\times10^{-6}}{8,31\times(30+273)} = 7,9\times10^{-6} mol$

3 – عدد الأنوية هو N_0 ، حيث : $N_0 = n \times N_A = 7,9 \times 10^{-6} \times 6,023 \times 10^{23} = 4,76 \times 10^{18}$

4 – اختصارا نعتبر عدد الأنوية N_0 كان متواجدا في اللحظة $t = 0$ ، وبالتالي يكون النشاط في هذه اللحظة :

$$A_0 = \lambda\, N_0 = \frac{0,69}{3,825 \times 24 \times 3600} \times 4,78 \times 10^{18} = 10^{13}\, Bq$$

لكي نحسب النشاط بعد 100 يوم ، أي في اللحظة $t = 100$ jrs ، نطبق العلاقة :

$$A = A_0\, e^{-\lambda t} = 10^{13} \times e^{-0,18 \times 100} = 1,52 \times 10^{5}\, Bq$$

التمرين 12

1 - نجد علاقة بين النشاط A في اللحظة t والنشاط في اللحظة $t = 0$ عندما يكون الزمن t من مضاعفات زمن نصف العمر .

لدينا : $A = A_0\, e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$ ، نضع : $t = n\, t_{1/2}$ ، فيصبح $A = A_0 e^{n \ln\left(\frac{1}{2}\right)} = A_0 e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{A_0}{2^n}$

لأن : $e^{\ln x} = x$

t	$t_{1/2}$	$2\, t_{1/2}$	$3\, t_{1/2}$	$4\, t_{1/2}$	$5\, t_{1/2}$
A (Bq)	$\frac{A_0}{2} = 16 \times 10^6$	$\frac{A_0}{4} = 8 \times 10^6$	$\frac{A_0}{8} = 4 \times 10^6$	$\frac{A_0}{16} = 2 \times 10^6$	$\frac{A_0}{32} = 10^6$

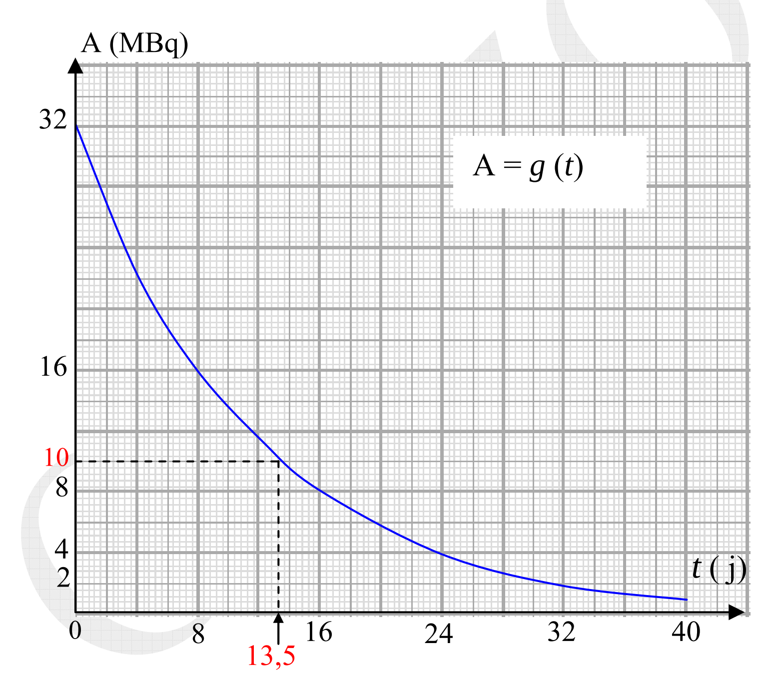
2 - $A = A_0\, e^{-\lambda t}$ ، ولدينا $\lambda = \frac{0,69}{8} = 0,086\ jrs^{-1}$

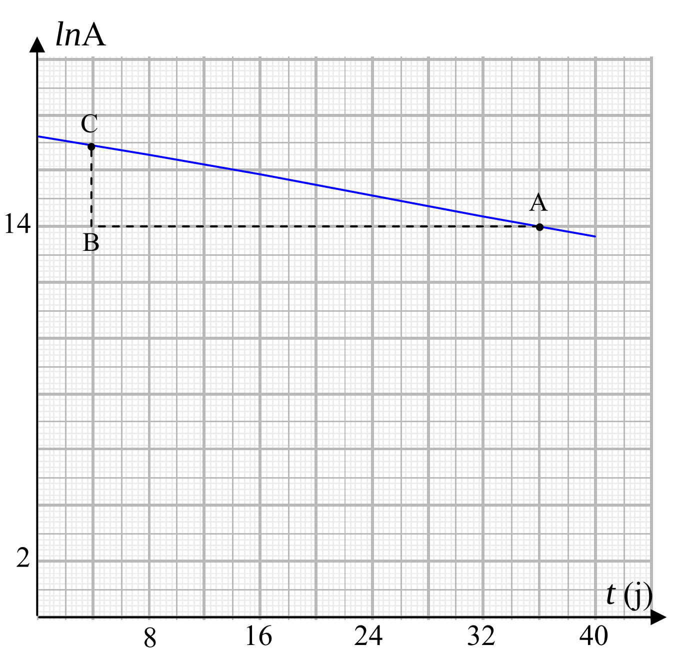
$10^7 = 3,2 \times 10^7 e^{-0,086 t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد $t = 13,5\ jrs$

3 – تمثيل $\ln A = f(t)$

نحسب قيم $\ln A$ ونضعها على الجدول التالي :

t (j)	0	8	16	24	32	40
$\ln A$	17,3	16,6	15,9	15,2	14,5	13,8





4 - ندخل اللوغاريتم النيبيري على طرفي علاقة النشاط : $\ln A = \ln A_0 \, e^{-\lambda t}$

$\ln A = \ln A_0 - \lambda t$

معادلة المستقيم الذي حصلنا عليه هي من الشكل : $y = ax + b$ ، وهي : $\ln A = -\lambda t + \ln A_0$

ميل المستقيم هو $-\lambda$

من البيان : $-\lambda = -\dfrac{CB}{BA} = -\dfrac{3}{32 \times 24 \times 3600}$ ، $\lambda = 1{,}08 \times 10^{-6}\ s^{-1}$

التمرين 13

1 – يكون الإنحفاظ في الشحنة وفي عدد النوكليونات . $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e$

2 – الطاقة المحرّرة هي : $E = \Delta m\, c^2$ ، حيث Δm هو الفرق بين كتلتي المتفاعلات والنواتج ، و c هو ثابت أنشتاين .

$E = (m_{Cs} - m_{Ba} - m_e)\, c^2 = (136{,}90707 - 136{,}90581 - 0{,}0005486) \times c^2 \times 932{,}5 / c^2$

حيث 0,0005486 هي كتلة الإلكترون بوحدة الكتل الذرية u

الطـاقة المحرّرة بتفكك السيزيوم 137 هي : $E = 0{,}66$ MeV

3 - المقصود **بالدور** هو زمن نصف العمر . ضياع 99 % معناه في كل 100 نواة متوسطا بقيت نواة واحدة ، أي : $\dfrac{N}{N_0} = 0{,}01$

وذلك باعتبار N_0 عدد الأنوية في اللحظة $t = 0$ و N عدد الأنوية في اللحظة t .

قانون التناقص $\dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ، ولدينا $\lambda = \dfrac{0{,}69}{t_{1/2}} = \dfrac{0{,}69}{2} = 0{,}345\, an^{-1}$

$\ln 0{,}01 = -\lambda t$ ، ومنه $t = \dfrac{-\ln 0{,}01}{\lambda} = \dfrac{4{,}6}{0{,}345} = 13{,}34\ ans$ وهو الزمن المطلوب .

التمرين 14

$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,\alpha + y\,\beta^-$

1 – نكتب المعادلة بالشكل : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\ {}^{4}_{2}He + y\ {}^{0}_{-1}e$

بتطبيق قانوني الإنحفاظ في الشحنة وفي عدد النوكليونات نكتب :

(1) $92 = 82 + 2x - y$

(2) $238 = 206 + 4x$

من المعادلة (2) نجد : $x = 8$ ، وبالتعويض في المعادلة (1) نجد : $y = 6$

2 – نعوّض N بـ $\dfrac{N_0}{2}$ في علاقة التناقص $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ ونجد $\dfrac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي هذه العلاقة نجد $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

3 – التناقص في متوسط عدد الأنوية هو عدد أنوية الرصاص : $N_{Pb} = N_{U_0} - N_U$ (2)

وبالتالي : $N_{Pb} = N_{U_0} - N_{U_0} e^{-\lambda t} = N_{U_0}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$ (3)

4 - من العلاقة (3) نكتب : $\dfrac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\lambda t}$ (4)

لدينا قانون التقريب : $e^{\varepsilon} \approx 1+\varepsilon$ ، حيث ε عدد حقيقي صغير أمام 1 . مثال : $\varepsilon = 0{,}01$ ، يكون لدينا :

$e^{\varepsilon} = 1{,}01$ و $1 + \varepsilon = 1 + 0{,}01 = 1{,}01$

نعوّض في العلاقة (4) λ بـ $\frac{0{,}7}{t_{1/2}}$: $\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\frac{0{,}7}{t_{1/2}}t}$ ، ولدينا t أصغر بكثير من $t_{1/2}$ وبالتالي تصبح العلاقة من الشكل :

$\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\varepsilon}$ ، وبالتالي يمكن تطبيق التقريب : $\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1-(1-\varepsilon) = \varepsilon = \frac{0{,}7}{t_{1/2}}t$

ومنه : $t = \frac{1}{0{,}7}\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}}t_{1/2}$ (5)

5 - لدينا عدد الأنوية في عيّنة : $N = \frac{m \cdot N_A}{M}$ ، إذن بالنسبة للرصاص : $N_{Pb} = \frac{10\times10^{-3}\times6{,}023\times10^{23}}{206} = 29{,}2\times10^{18}$

أما بالنسبة لعدد أنوية اليورانيوم في اللحظة t فهو $N_U = \frac{1\times6{,}023\times10^{23}}{238} = 25{,}3\times10^{20}$.

ومن العلاقة (2) نحسب $N_{U_0} = N_{Pb} + N_U = 29{,}2\times10^{18} + 25{,}3\times10^{20} = 25{,}6\times10^{20} \approx N_U$.

بالتعويض في العلاقة (5) نجد الزمن المطلوب : $t = 4{,}5\times10^{9}\,\frac{29{,}2\times10^{18}}{2530\times10^{18}}\times\frac{1}{0{,}7} = 7{,}42\times10^{7}\,ans$

التمرين 15

ملاحظة :

عندما تتفكك نواة لإعطاء نواة إبن ، نــادرا ما تكون هذه النواة الإبن في حالتها الأساسية (أي غير المثارة) .

في هذا التفكك تنتج نواة الإيثريوم في حالتها الأساسية . ${}^{90}_{38}Sr \rightarrow {}^{90}_{39}Y + {}^{0}_{-1}e$

1 – المعادلة الحصيلة : ${}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{24}_{12}Mg^{*} + {}^{0}_{-1}e$

2 – نحسب نقص الكتلة في هذا التفكك :

كتلتا الذرتين ${}^{24}Na$ و ${}^{24}Mg$ المضبوطتان هما على التوالي:

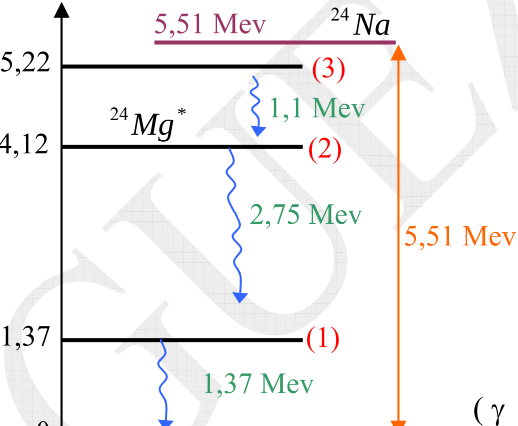
23,98490 u و 23,97808 u

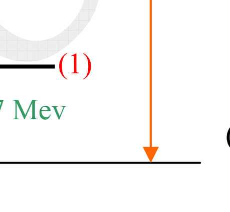
$\Delta m = (m_{Na} - m_{Mg} - m_e)$

$\Delta m = 23{,}98490 - 23{,}97808 - 0{,}00091 = 5{,}91 \times 10^{-3}$ u

الطاقة المحررة عن تفكك نواة الصوديوم 24 هي :

$E_{lib} = \Delta m c^2 = 5{,}91\times10^{-3}c^2\times\frac{932{,}5}{c^2} = 5{,}51MeV$





إذا صدرت نواة المغنزيوم في حالة مثارة فإنها تُصدر فوتونات (إشعاعات كهرومغناطيسية γ)

حسب المعادلة : ${}^{24}_{12}Mg^{*} \rightarrow {}^{24}_{12}Mg + \gamma$

إذا صدرت نواة المغنزيوم في حالتها الأســاسية فإن الطاقة المحررة (5,51 MeV) تُقدّم كلها للإلكترون ${}^{0}_{-1}e$ على شكل طاقة حركية .

3 – إذا صدرت نواة المغنزيوم في الحالة المثارة 2 ، فهذا يُعني أولا أن النواة تبعث فوتونا طاقته E' = 5,51 - 4,12 = 1,39 MeV

أما الطاقة E = 4,12 MeV تُقدّم على شكل طاقة حركية للإلكترون (باهمال طاقة النوترينو ν طبعا)

ملاحظة : عندما تنطلق قذيفة من مدفع نلاحظ رجوع المدفع للخلف ، هذه الظاهرة نسميها إرتداد المدفع . إن رجوع المدفع للخلف يحتاج لطاقة يُحوّلها لطاقة حركية . هذا ما يحدث عند انبعاث الإلكترون فإن النواة ترتد ، ونحن قمنا بإهمال الارتداد .

التمرين 16

1 - $^{139}_{55}Cs \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{139}_{56}Ba$

2 – القيمة الصحيحة للدور (زمن نصف العمر) هي t1/2 = 9,27 mn

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{9,27} = 7,4 \times 10^{-2}\, mn^{-1}$$

3 – الكتلة الموجودة في اللحظة t هي : $\frac{1}{10}\, m_0$

ولدينا $m = m_0 e^{-\lambda t}$ ، وبتعويض الكتلة m بعبارتها ، نكتب $\frac{1}{10} m_0 = m_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{1}{10} = e^{-\lambda t}$

بإدخال اللوغاريتم النبيري على طرفي هذه العلاقة نجد $-\lambda t = -\ 2,3$ ، ومنه : t = 31 mn

4 – النشاط : لدينا $A = \lambda N \quad (1)$

نحسب أولا عدد الأنوية $N = N_A \frac{m}{M} = 6,023 \times 10^{23}\, \frac{1 \times 10^{-6}}{139} = 43 \times 10^{14}$

ولدينا الثابت الإشعاعي $\lambda = \frac{0,69}{9,27 \times 60} = 1,24 \times 10^{-3}\, s$ ، وبالتعويض في العلاقة (1) نجد

$$A = 1,24 \times 10^{-3} \times 43 \times 10^{14} = 5,3 \times 10^{10}\, Bq$$

التمرين 17

1 – معادلة التفكك : $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

قانونا الانحفاظ هما إنحفاظ الشحنة وانحفاظ النوكليونات . نوع التفكك هو β^- .

2 – الزمن اللازم هو زمن نصف العمر $t_{1/2} = 5570\, ans$

3 – العلاقة هي $A = A_0\, e^{-\lambda t}$

4 – لدينا $A = 70$ Bq و $A_0 = 120$ Bq

نحسب عمر القطعة الخشبية من العلاقة $A = A_0\, e^{-\lambda t}$

$$70 = 120\, e^{-\frac{0,69}{5570} t}$$

$$\frac{7}{12} = e^{-1,238 \times 10^{-4}\, t}$$

$$\ln \frac{7}{12} = -1,238 \times 10^{-4}\, t$$

ومنه $t = 3041\, ans$

التمرين 18

لدينا $A = 12\,mn^{-1} = \frac{12}{60} = 0,2\,s^{-1} = 0,2\,Bq$

$A_0 = 12\,mn^{-1} = \frac{13,6}{60} = 0,226\,s^{-1} = 0,226\ Bq$

1 – زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك نصف العدد المتوسط للأنوية .

لدينا $N = \frac{N_0}{2}$ ، وبالتالي نكتب $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

2 - $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد $-\lambda t = \ln \frac{A}{A_0}$ أو $\lambda t = \ln \frac{A_0}{A}$

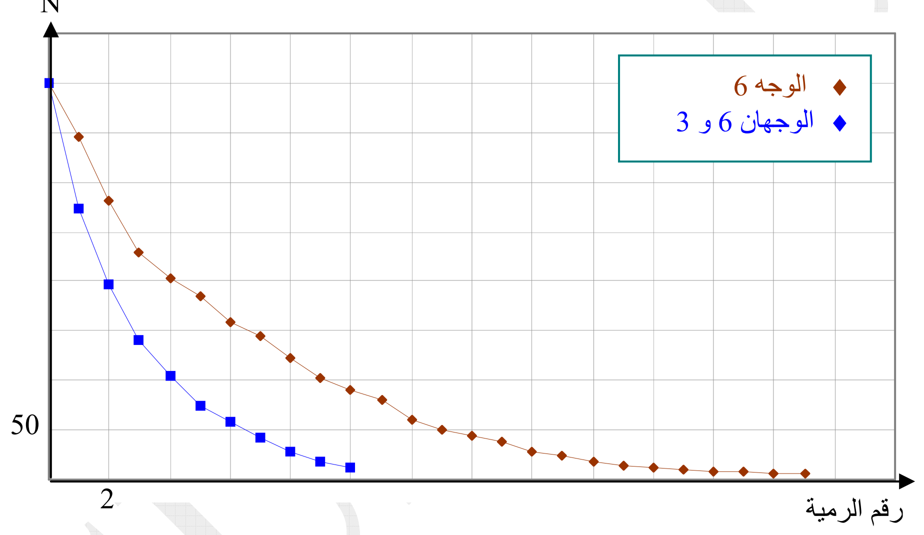
وبالتالي $t = \frac{\ln \frac{A_0}{A}}{\lambda}$

3 - $t = \frac{\ln \frac{0,226}{0,2}}{\frac{\ln 2}{5570}} = \frac{0,125 \times 5570}{0,69} = 1009\,ans$ ، ومنه سنة صُنع البـاخرة هي $1983 - 1009$ ، أي 974 م

4 - الفرضية صحيحة لأن $1000 > 974 > 700$

التمرين 19

1 –



إعـادة صياغة الفقرة الأولى من التمرين :

يشابه تفكك الأنوية عملية رمي مجموعة من أزهار النرد (Dés) عددها N_0 .

تتمّ هذه العملية كما يلي :

لدينا مجموعة من أزهار النرد عددها $N_0 = 400$

(أزهار النرد عبارة عن مكعّبات متماثلة - أي 6 أوجه – هذه الأوجه مرقمة من 1 إلى 6)

نقوم برميها فوق طاولة ، ثم نسحب من المجموعة كل الأزهار التي تعطي الوجه رقم 6 .

نعتبر هذه الأزهار كأنها الأنوية التي تفككت ضمن مجموعة من الأنوية .

نُعيد خلط الأزهار الباقية ، ثم نرميها ونقوم بسحب رقم 6 ، وهكذا ...

نعتبر أن كل عملية رمي توافق ثانية واحدة (1s) ، أي أن في الجدول الزمن يوافق N° de lancé . أما Dés restants يوافق الأنوية المتواجدة في اللحظة t . **انتهى**

إحصائيا (أنت غير مطالب بهذا) نجد $\Delta N = -pN\Delta t \quad (1)$

حيث p هو احتمال الحصول على الوجه رقم 6 في الرمية الواحدة .

الثابت p يوافق ثابت التفكك λ ، وهذا الاحتمال طبعا هو $p=\frac{1}{6}$ ، أي احتمال 1 من 6 (6 هو عدد الأوجه وليس الرقم 6 المسجل على أحد الوجوه) .

أما من أجل التجربة الثانية الإحتمال هو $p'=\frac{1}{6}\times 2=\frac{1}{3}$

من أجل $\Delta t \to 0$ نكتب العلاقة (1) على الشكل $\frac{dN}{dt}=-pN$ ، ويكون حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $N=N_0 e^{-pt}$

ملاحظة :

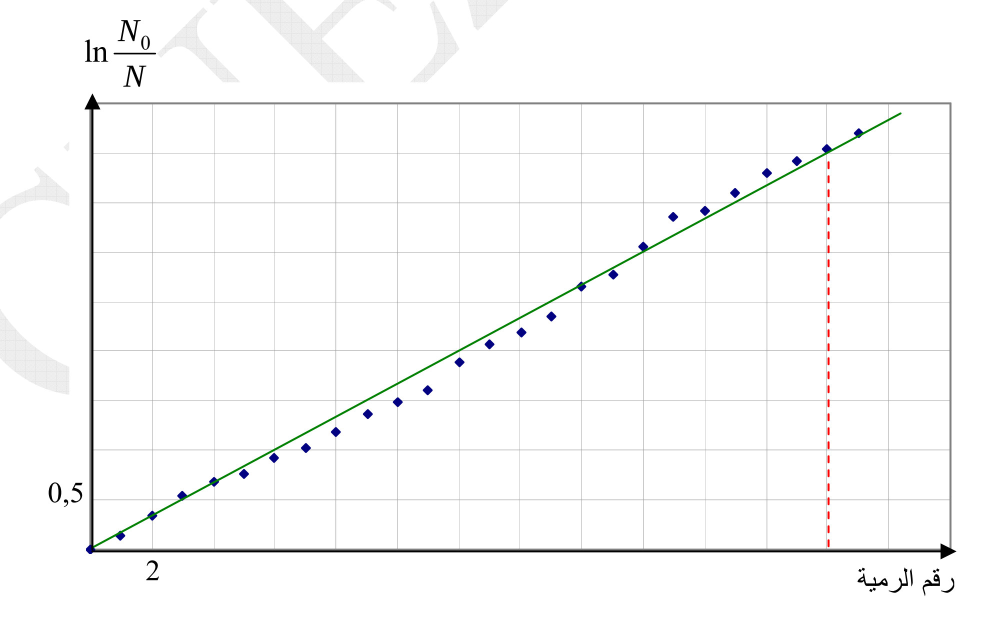
خلال تفكك الأنوية يكون دائما $p=\frac{1}{2}$ ، لأن النواة إما تتفكك أو لا تتفكك ، أي أن احتمال تفككها هو 50% .

2 - لدينا $\ln\frac{N}{N_0}=-pt$ ، وبالتالي $\ln\frac{N_0}{N}=pt$ ، وهي العلاقة التي نمثلها بيانيا ، وهي من الشكل $y=ax$

التجربة الأولى :

رقم الرمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\frac{N_0}{N}$	1	1,16	1,42	1,74	1,98	2,16	2,51	2,77	3,25	3,92	4,44	5	6,55	7,84	8,89
$\ln\frac{N_0}{N}$	0	0,15	0,35	0,55	0,68	0,77	0,92	1,02	1,18	1,36	1,49	1,61	1,88	2,06	2,18

رقم الرمية	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\frac{N_0}{N}$	10,52	14,28	16	21,05	28,57	30,77	36,36	44,44	50	57,14	66,67
$\ln\frac{N_0}{N}$	2,35	2,66	2,77	3,05	3,35	3,42	3,60	3,79	3,91	4,04	4,20



ثابت التفكك هو ميل المستقيم .

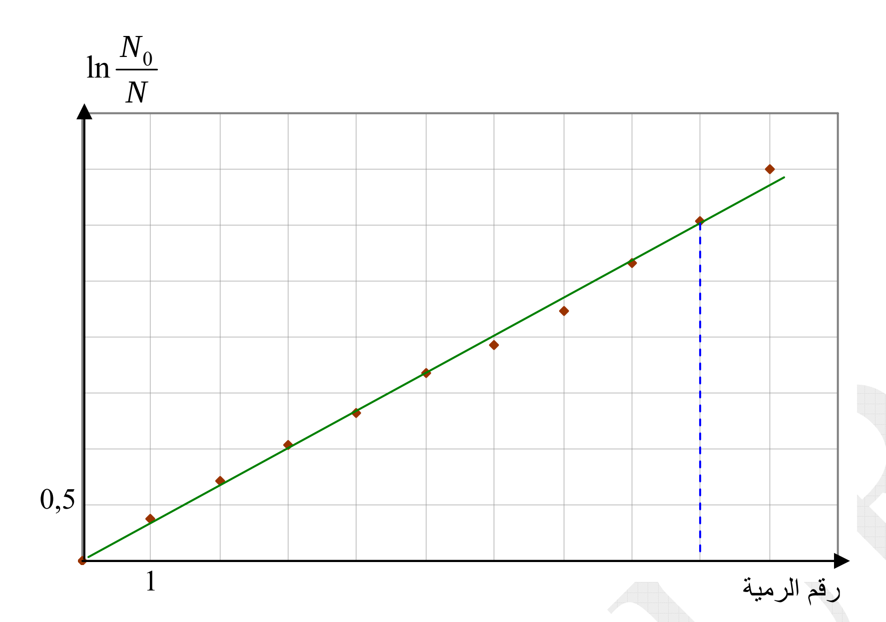
$$p=\lambda=\frac{8\times 0,5}{12\times 2}=0,167\,s^{-1}$$

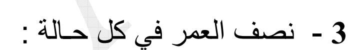
التجربة الثـانية :

رقم الرمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{N_0}{N}$	1	1,46	2,03	2,83	3,81	5,33	6,89	9,30	14,28	21,05	33,33
$\ln\frac{N_0}{N}$	0	0,38	0,71	1,04	1,33	1,67	1,93	2,23	2,66	3,04	3,50

ثابت التفكك هو ميل المستقيم .

$$p' = \lambda' = \frac{6\times 0,5}{9\times 1} = 0,33\, s^{-1}$$




3 - نصف العمر في كل حـالة :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{p} = \frac{0,69}{0,167} = 4,13\, s$$

$$t'_{1/2} = \frac{\ln 2}{p'} = \frac{0,69}{0,33} = 2,09\, s$$

ملاحظة :

يمكن التأكد من ثابت التفكك في كل تجربة

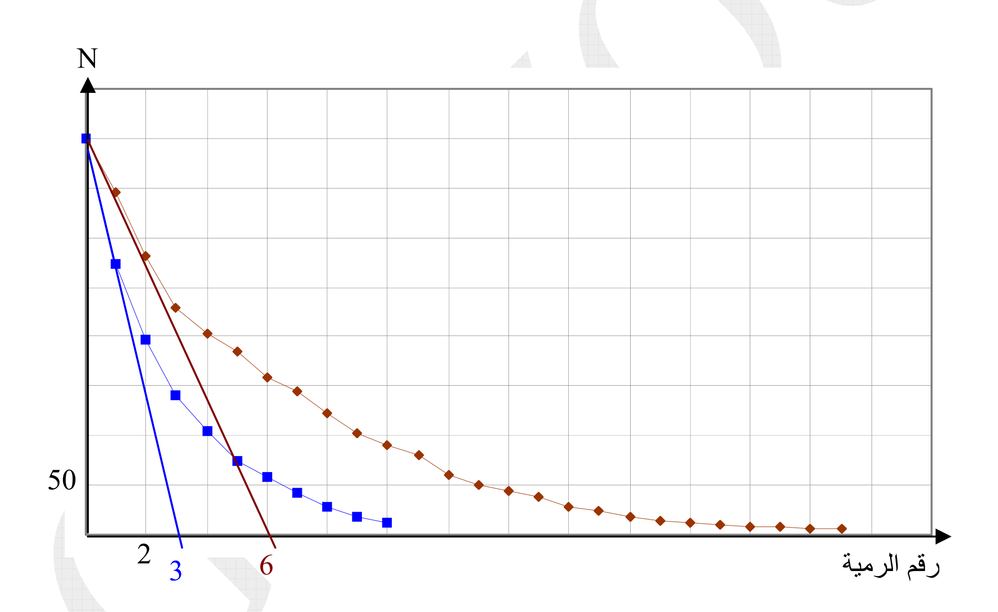
برسم المماسين للبيانين عند $t = 0$

فيقطعان محور الزمن في ثابت الزمن $\tau = \frac{1}{\lambda}$

4 - نصف عمر السيزيوم 137 هو

$$t_{1/2} = 30,2\, ans$$

كل هذا شرحناه في مقدّمة التمرين .



التمرين 20

1 - التفكك β^- : ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + {}^{0}_{-1}e$

التفكك β^+ : ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{+1}e$

2 - $N = \frac{A(t)}{\lambda} = \frac{A(t)\times t_{1/2}}{\ln 2}$

3 - الطاقة المحررة عن تفكك البوتاسيوم 40 إلى كلسيوم 40 :

$$E_{lib(1)}=(m_K-m_{Ca}-m_e)c^2\times\frac{931,5}{c^2}=(39,964-39,9626-0,000548)\times 931,5=0,79MeV$$

4 - الطاقة المحررة عن تفكك البوتاسيوم 40 إلى أرغون 40 :

$$E_{lib(2)}=(m_K-m_{Ar}-m_e)c^2\times\frac{931,5}{c^2}=(39,964-39,9624-0,000548)\times 931,5=0,98MeV$$

5 – الطاقتان المحسوبتان سابقا هما الطاقتان المحررتان جرّاء تفكك نواة واحدة فقط .

عدد الأنوية في جسم الإنسان الذي يزن 70 kg هي :

$$N=\frac{A(t)\times t_{1/2}}{0,69}=\frac{5000\times 1,28\times 10^9\times 365,25\times 24\times 3600}{0,69}=2,93\times 10^{11}$$

الطاقة المحرّرة من هذه الأنوية عندما يتحوّل البوتاسيوم إلى كلسيوم : $E'_{lib(1)}=\frac{89}{100}\times 0,79\times 2,93\times 10^{11}=2,07\times 10^{20}MeV$

الطاقة المحرّرة من هذه الأنوية عندما يتحوّل البوتاسيوم إلى أرغون : $E'_{lib(2)}=\frac{11}{100}\times 0,98\times 2,93\times 10^{11}=0,32\times 10^{20}MeV$

الطاقة الكلية هي : $E_{lib}=E'_{lib(1)}+E'_{lib(2)}=2,39\times 10^{20}MeV$

التمرين 21

1 - $^{232}_{90}Th\rightarrow {}^4_2He+{}^A_ZX$

$A=232-4=228$

$Z=90-2=88$

من المعطيات نستنتج أن النوكليد ^A_ZX هو $^{228}_{88}Ra$

2 - الكتلة المولية (M) تحوي عدد أوفوقادرو (N_A) من الأنوية ، أما الكتلة m_0 تحوي العدد N_0 من الأنوية ، وبالتالي بالقاعدة الثلاثية نجد : $\frac{m_0}{M}=\frac{N_0}{N_A}$ ، ومنه $N_0=N_A\times\frac{m_0}{N_A}=6,023\times 10^{23}\times\frac{10^{-3}}{232}=26\times 10^{17}$

3 - أ) نصف العمر للتوريوم هو المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف العدد المتوسط للأنوية الابتدائية .

.... « **إن الجدول أعلاه يسمح باعطـاء تأطير بصفة لفظية ، مــاهو ؟** »

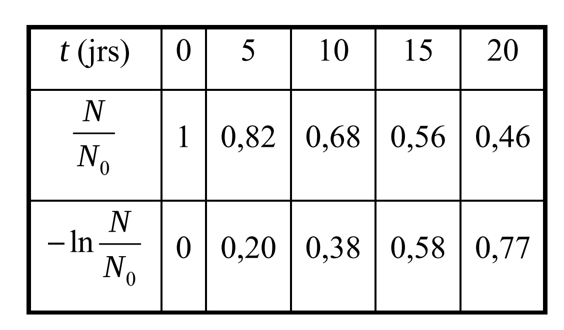
هذه العبـارة غامضة ، نقوم بتوضيحها .

إن الجدول أعلاه يسمح بحصر زمن نصف العمر بين قيمتين يُطلب تعيينهمـا

الجواب :

زمن نصف العمر يوافق عدد الأنوية $N=\frac{N_0}{2}$ المتواجدة آنذاك ، أي $\frac{N}{N_0}=0,5$ ، ونعلم أن هذه القيمة محصورة بين 0,46 و 0,56 في الجدول ، إذن $15\ jrs<t_{1/2}<20\ jrs$

ب) الجدول والبيان :

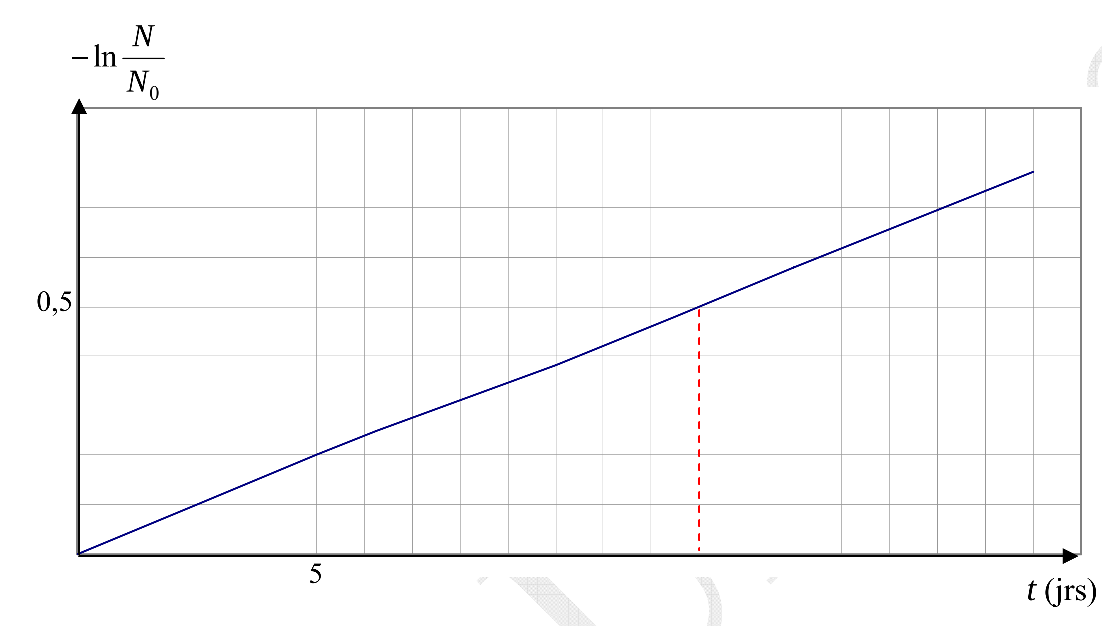


t (jrs)	0	5	10	15	20
$\dfrac{N}{N_0}$	1	0,82	0,68	0,56	0,46
$-\ln\dfrac{N}{N_0}$	0	0,20	0,38	0,58	0,77

العلاقة النظرية : لدينا $\dfrac{N}{N_0}=e^{-\lambda t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين

$\ln\dfrac{N}{N_0}=-\lambda t$ ، أو $-\ln\dfrac{N}{N_0}=\lambda t$ ، وهذه العلاقة توافق مستقيما معادلته

من الشكل : $y=ax$ ، حيث λ تمثل الميل a .



جـ)

$$\lambda=\frac{0,5}{13}=3,85\times10^{-2}\ jrs^{-1}=\frac{3,85\times10^{-2}}{24\times3600}=4,45\times10^{-7}\,s^{-1}$$ ،

$$t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}=\frac{0,69}{3,85\times10^{-2}}=17,9\ jrs$$

4 - النشاط في اللحظة $t=0$:

$$A_0=\lambda N_0=4,45\times10^{-7}\times26\times10^{17}=1,16\times10^{12}\ Bq$$

التمرين 22

I - أسئلة تمهيدية

1 – تتميّز نواة الذرة برقمها الشحني Z وعددها الكتلي A (عدد النوكليونات) .

2 - $^{11}_{6}C$ و $^{12}_{6}C$ نظيران ، لأن لهما نفس Z (6) ويختلفان في N (بالنسبة للأول N = 5 وبالنسبة للثاني N = 6)

3 - $^{15}_{8}O\rightarrow{}^{0}_{+1}e+{}^{15}_{7}N$

II - بعض أنماط الإشعـاع

1 - β^- عبارة عن إلكترون $^{0}_{-1}e$

α عبـارة عن نواة الهليوم $^{4}_{2}He$

2 - كتلة الإلكترون $m_e=9,1\times10^{-31}kg$

كتلة نواة الهليوم $m_{He}=2m_p+2m_n=2\left(1,673+1,675\right)\times10^{-27}=6,7\times10^{-27}kg$

كتلة نواة الهليوم أكبر من كتلة الإلكترون (وكذلك كتلة البوزيتون $^{0}_{+1}e$) بحوالي 7360 مرة .

III - التصوير الوماض

طـالع الصفحة 91 من - تجريب واستكشاف – للتعرّف على كيفية استعمـال النشاط الإشعاعي في الطب (الرسّامات) .

1 – زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك نصف متوسط الأنوية N_0 .

2 – في الطب نستعمل النوكليد المشع الذي يتناقص نشاطه بسرعة ، وهذا يتوافق مع ^{131}I ، حيث أن خلال 400 يوم يتغير النشاط من القيمة 2×10^{5} Bq إلى القيمة 6×10^{-3} Bq .

IV - المعالجة الإشعاعية

1 - $^{60}_{27}Co \rightarrow ^{0}_{-1}e + ^{60}_{28}Ni^*$ ثم $^{60}_{28}Ni^* \rightarrow ^{60}_{28}Ni + \gamma$

2 - أ) $N_0 = N_A \dfrac{m_0}{M} = 6,023 \times 10^{23} \times \dfrac{1 \times 10^{-6}}{60} = 10^{16}$

ب) العبارة المطلوبة هي $\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$ (1)

جـ) المطلوب هو : أعط عبارة ΔN ، ليس : أعط العينة ΔN .

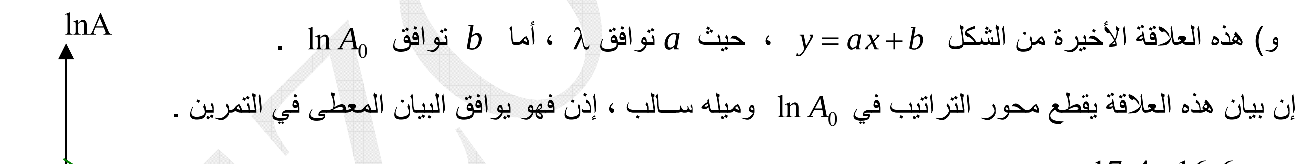
نعوّض في العبارة (1) $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ، فنجد $\Delta N = -\lambda \Delta t N_0 e^{-\lambda t}$ (2)

د) النشاط في اللحظة t هو $A = \dfrac{|\Delta N|}{\Delta t} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وبتعويض ΔN من العلاقة (2) نكتب : $\dfrac{\lambda \Delta t N_0 e^{-\lambda t}}{\Delta t} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه

$A_0 = \lambda N_0$

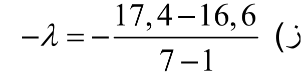
هـ) لدينا $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وبادخـال اللوغاريتم النيبيري على الطرفين نكتب :

$\ln A = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\ln A = \ln A_0 - \lambda t$



و) هذه العلاقة الأخيرة من الشكل $y = ax + b$ ، حيث a توافق λ ، أما b توافق $\ln A_0$.

إن بيان هذه العلاقة يقطع محور التراتيب في $\ln A_0$ وميله سـالب ، إذن فهو يوافق البيان المعطى في التمرين .

ز) 

$-\lambda = -\dfrac{17,4 - 16,6}{7 - 1}$

$\lambda = 0,13\, an^{-1}$

حـ) العلاقة المطلوبة هي : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

ط) $t_{1/2} = \dfrac{0,69}{0,13} = 5,23\, ans = 1,65 \times 10^{8}\, s$

التمرين 23

1 - الدور الإشعـاعي (زمن نصف العمر) لـ A هو T_A (أو $t_{1/2}$)

$\lambda_A = \dfrac{0,69}{T_A} = \dfrac{0,69}{15} = 4,6 \times 10^{-2}\, jrs^{-1}$

2 – نحسب عدد الأنوية الابتدائي : $N_0 = N_A \dfrac{m_0}{M} = 6,023 \times 10^{23} \times \dfrac{20}{225} = 53 \times 10^{21}$

النشاط الابتدائي هو $A_0=\lambda N_0=\frac{4,6\times10^{-2}}{24\times3600}\times53\times10^{21}=2,8\times10^{16}\,Bq$

3 – الاتزان الإشعاعي (أو التوازن القرني) : عندما تتفكك مجموعة من الأنوية لإعطاء أنوية غير مستقرّة ، فتبدأ هذه الأخيرة في التفكك في الوقت الذي مازالت المجموعة الأولى تتفكك ، نقول أن التوازن القرني قد حدث عندما يصبح نشاطا المجموعتين متساويين .

لدينا التفكك : $A\rightarrow B\rightarrow C$

عند الاتزان الإشعاعي تكون النسبة $\alpha=\frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{2}$

في اللحظة t يكون عدد أنوية A : $N_{(A)}=N_A\frac{m_A}{M_A}$ (1)

في اللحظة t يكون عدد أنوية B : $N_{(B)}=N_A\frac{m_B}{M_B}$ (2)

حيث N_A هو عدد أفوقادرو .

بما أن النوكليد B ناتج عن تفكك النوكليد A حسب النمط β ، إذن $M_A=M_B$. (A لا يتغير في التفكك β)

بقسمة (1) على (2) نجد : $\frac{N_{(A)}}{N_{(B)}}=\frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{2}$ (3)

بما أن نشاطي A و B متساويان ، نكتب $\lambda_A N_{(A)}=\lambda_B N_{(B)}$ ، ومنه $\frac{N_{(A)}}{N_{(B)}}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}$ ، وباستعمال العلاقة (3) نجد

$\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{3}{2}$ ، ومنه $\lambda_B=\frac{3}{2}\lambda_A=1,5\times4,6\times10^{-2}=6,9\times10^{-2}\,jrs^{-1}$.

زمن نصف العمر لـ B هو $T_B=\frac{\ln2}{\lambda_B}=\frac{0,69}{6,9\times10^{-2}}=10\,jrs$

4 - المعادلة التفاضلية الخاصة بتفكك A هي $\frac{dN_{(A)}}{dt}=-\lambda N_{(A)}$

المعادلة التفاضلية الخاصة بتفكك B هي $\frac{dN_{(B)}}{dt}=-\lambda N_{(B)}+\lambda_A N_{(A)}$ ، لأن في نفس الوقت B يتفكك ويزداد جرّاء تفكك A .

5 - يؤدي حل هـاتين المعادلتين التفاضليتين إلى : $N_{(B)}=\frac{\lambda_A}{\lambda_A-\lambda_B}N_{(A)_0}\left(e^{-\lambda_B t}-e^{-\lambda_A t}\right)$ ، حيث $K=\frac{\lambda_A}{\lambda_A-\lambda_B}N_{(A)_0}$

هذا الحل معطى في التمرين $N_{(B)}=\frac{\lambda_A}{\lambda_A-\lambda_B}N_{(A)_0}\left(e^{-\lambda_A t}-e^{-\lambda_B t}\right)$ ، وهو حل خطأ .

نعيد صيـاغة السؤال الأخير : ... أثبت أنه في اللحظة $t=t_0$ يمر N_B بقيمة عظمى ، ثم احسب قيمة t_0 بالأيـام .

القيمة العظمى لـ $N_{(B)}$ تكون من أجل مشتق $N_{(B)}$ بالنسبة للزمن يساوي الصفر .

المشتق هو : $\frac{dN_{(B)}}{dt}=-K\lambda_B e^{-\lambda_B t}+K\lambda_A e^{-\lambda_A t}$

من أجل $\frac{dN_{(B)}}{dt}=0$ يكون $\lambda_B e^{-\lambda_B t}=\lambda_A e^{-\lambda_A t}$ ، ومنه $\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}}$

$\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}}=e^{(\lambda_B-\lambda_A)t}$ ، وبادخـال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نكتب : $\ln\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=(\lambda_B-\lambda_A)\,t$

القيمة t_0 المطلوبة هي $t_0=\frac{\ln\frac{\lambda_B}{\lambda_A}}{\lambda_B-\lambda_A}=\frac{\ln\lambda_B-\ln\lambda_A}{\lambda_B-\lambda_A}=\frac{0,405}{2,3\times10^{-2}}=17,6\ jrs$

التمرين 24

1 - أ) من $t=0$ إلى $t=t_0$:

عدد الأنوية المتواجدة في كل ثانية هو عدد الأنوية الذي ننتجه في كل ثانية (ρ) منقوص منه عدد التفككات في الثانية (λN) ، أي

$$\frac{dN}{dt}=\rho-\lambda N$$

$\frac{dN}{dt}+\lambda N=\rho$ ، وبضرب طرفي هذه المعادلة في $e^{\lambda t}$ نحصل على $e^{\lambda t}\left(\frac{dN}{dt}+\lambda N\right)=\rho e^{\lambda t}$

$$\frac{dN}{dt}e^{\lambda t}+\lambda N e^{\lambda t}=\rho e^{\lambda t}$$

العبارة $\frac{dN}{dt}e^{\lambda t}+\lambda N e^{\lambda t}$ تمثل مشتق جداء دالتين هما N و $e^{\lambda t}$ ، وبالتالي نكتب $\frac{d}{dt}\left(Ne^{\lambda t}\right)=\rho e^{\lambda t}$

تكامل طرفي هذه المساواة (إيجاد الدالة الأصلية) : $\int\frac{d}{dt}\left(Ne^{\lambda t}\right)=\int\rho e^{\lambda t}$

$Ne^{\lambda t}=\rho\frac{e^{\lambda t}}{\lambda}+K$ ، حيث K عبارة عن ثابت التكامل .

من هذه العبارة نجد $N=\frac{\rho}{\lambda}+Ke^{-\lambda t}$ (1)

تحديد الثابت K : نعلم أنه في اللحظة $t=0$ يكون N = 0 (ما زالت أنوية الكربون لم تُصنع)

وبالتعويض في العلاقة (1) : $0=\frac{\rho}{\lambda}+K$ ، ومنه $K=-\frac{\rho}{\lambda}$

نعوّض عبارة K في المعادلة (1) ونجد $N=\frac{\rho}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$

ب) من أجل $t>t_0$:

إنتهى تصنيع الكربون في اللحظة t_0 ، فبعد هذه اللحظة تبدأ أنوية الكربون في التناقص فقط ولا تزداد .

$\frac{dN}{dt}=-\lambda N$ ، ومنه $\frac{dN}{N}=-\lambda dt$

نكامل طرفي هذه المساواة (إيجاد الدالة الأصلية) : $\int\frac{dN}{N}=-\lambda\int_0^t dt$ ، وبالتالي $\ln N+K=-\lambda\left[t\right]_0^t$

حيث K هو ثابت التكامل

$\ln N + K = -\lambda t$ ، ومنه $\ln N = -\lambda t - K$ ، وبالتالي $N = e^{-\lambda t - K}$

يمكن كتابة هذه العلاقة بالشكل $N = e^{-\lambda t} \times e^{-K}$ (2)

تحديد الثابت K :

عندما $t = t_0$ يكون $N = \frac{\rho}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$ ، وبالتعويض في العلاقة (2) نكتب $\frac{\rho}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t_0}\right) = e^{-\lambda t_0} \times e^{-K}$

ومنه $e^{-K} = \frac{\frac{\rho}{\lambda} - \frac{\rho}{\lambda}e^{-\lambda t_0}}{e^{-\lambda t_0}} = \frac{\rho}{\lambda}\left(e^{\lambda t_0} - 1\right)$ ، وبالتعويض في العلاقة (2) نجد

$$N = \frac{\rho}{\lambda}\left(e^{\lambda t_0} - 1\right)e^{-\lambda t}$$

2 – ثابت التفكك : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{5600} = 1,23 \times 10^{-4} an^{-1}$

3 – إذا كان المقصود هو أن $\frac{3}{4}$ من القيمة الابتدائية قد تفككت ، فهذا معناه أن الـ $\frac{1}{4}$ من القيمة الابتدائية يتواجد في اللحظة t ، لأن :

$$N = N_0 - \frac{3}{4}N_0 = N_0\left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{N_0}{4}$$

نعوّض في معادلة التناقص : $\frac{N_0}{4} = N_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{1}{4} = e^{-\lambda t}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نكتب

$-\lambda t = -\ln 4$ ، ومنه $t = \frac{\ln 4}{\lambda} = \frac{1,38}{1,23 \times 10^{-4}} = 11201 ans$

أو بما أن $N = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2}$ فإن $t = 2t_{1/2} = 5600 \times 2 = 11200 ans$

الزمن الموافق لـ % 0,1 من النشاط الابتدائي : لدينا $A = A_0 e^{-\lambda t}$ (3)

لدينا $A = \frac{0,1}{100}A_0 = \frac{A_0}{1000}$ ، وبالتعويض في العلاقة (3) نكتب $\frac{A_0}{1000} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{1}{1000} = e^{-\lambda t}$

بادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين $-6,9 = -\lambda t$ ، ومنه $t = \frac{6,9}{1,23 \times 10^{-4}} = 56160 ans$

4 – **تصحيح السؤال 4** :

ما هي كتلة هذا النظير الموافقة لنشاط قدره 3×10^7 Bq ؟ (يجب أن تعطى قيمة للنشاط وليس للكتلة) .

$$m = \frac{N(t) \times 14}{N_A} \qquad (4)$$

ولدينا $A = \lambda N$ ، وبالتعويض في العلاقة (4) نجد $m = \frac{A \times 14}{\lambda N_A} = \frac{3 \times 10^7 \times 14}{3,9 \times 10^{-12} \times 6,023 \times 10^{23}} = 1,8 \times 10^{-4} g$

في هذا الحساب حوّلنا λ لـ s^{-1} : $\lambda = \dfrac{1,23\times10^{-4}}{365,25\times24\times3600} = 3,9\times10^{-12}\,s^{-1}$

الزمن اللازم لتفكك $\dfrac{7}{8}$ من العينة (أي يبقى $\dfrac{1}{8}$ منها)

$N = \dfrac{N_0}{8} = \dfrac{N_0}{2^3}$ ، ومنه $t = 3t_{1/2} = 3\times5600 = 16800\,ans$